**Школьный этап Всероссийской олимпиады школьников**

**МАТЕМАТИКА. 9 класс.**

|  |
| --- |
| 1. На доске была написана несократимая дробь. Петя уменьшил её числитель на 1, а знаменатель на 2. А Вася прибавил к числителю 1, а знаменатель оставил без изменений. Оказалось, что в результате мальчики получили одинаковые значения. Какой именно результат у них мог получиться? |
| http://www.ownlib.ru/i/161/1617/16178/161789/i_005.png2. Отмечено 9 точек, как показано на рисунке. Нарисуйте два различных по форме семиугольника с вершинами в отмеченных точках. Для каждого семиугольника сделайте отдельный чертёж.  |
| 3. Аня и Даня вместе весят 82 кг, Даня и Таня – 74 кг, Таня и Ваня – 75 кг, Ваня и Маня – 65 кг, Маня и Аня – 62 кг. Кто тяжелее всех и сколько он весит?  |
| 4.В подводном царстве живут осьминоги с семью и восемью ногами. Те, у кого 7 ног, всегда врут, а те, у кого 8 ног, всегда говорят правду. Однажды между тремя осьминогами состоялся такой разговор. Зеленый осьминог: «У нас вместе 24 ноги». Синий осьминог: «Ты прав!» Красный осьминог: «Глупости, Зелёный говорит ерунду!» Сколько ног было у каждого осьминога? (Ответ обоснуйте.)  |
| 5. Постройте график функции$$у=\frac{2х+9}{х+5}+\frac{х-5}{х^{2}-25}$$ |

**Школьный этап Всероссийской олимпиады школьников**

**МАТЕМАТИКА. 9 класс.**

|  |
| --- |
| 1. На доске была написана несократимая дробь. Петя уменьшил её числитель на 1, а знаменатель на 2. А Вася прибавил к числителю 1, а знаменатель оставил без изменений. Оказалось, что в результате мальчики получили одинаковые значения. Какой именно результат у них мог получиться? |
| http://www.ownlib.ru/i/161/1617/16178/161789/i_005.png2. Отмечено 9 точек, как показано на рисунке. Нарисуйте два различных по форме семиугольника с вершинами в отмеченных точках. Для каждого семиугольника сделайте отдельный чертёж.  |
| 3. Аня и Даня вместе весят 82 кг, Даня и Таня – 74 кг, Таня и Ваня – 75 кг, Ваня и Маня – 65 кг, Маня и Аня – 62 кг. Кто тяжелее всех и сколько он весит?  |
| 4.В подводном царстве живут осьминоги с семью и восемью ногами. Те, у кого 7 ног, всегда врут, а те, у кого 8 ног, всегда говорят правду. Однажды между тремя осьминогами состоялся такой разговор. Зеленый осьминог: «У нас вместе 24 ноги». Синий осьминог: «Ты прав!» Красный осьминог: «Глупости, Зелёный говорит ерунду!» Сколько ног было у каждого осьминога? (Ответ обоснуйте.)  |
| 5. Постройте график функции$$у=\frac{2х+9}{х+5}+\frac{х-5}{х^{2}-25}$$ |

**Критерии оценивания заданий и решения.**

**1. На доске была написана несократимая дробь. Петя уменьшил её числитель на 1, а знаменатель на 2. А Вася прибавил к числителю 1, а знаменатель оставил без изменений. Оказалось, что в результате мальчики получили одинаковые значения. Какой именно результат у них мог получиться?**

 **Ответ. 1.**

 **Решение.** Пусть была написана дробь $\frac{а}{b}$. Тогда Петя получил $\frac{а-1}{b-2}$ , а Вася $\frac{а+1}{b}$. Так как они получили одинаковый результат,$ \frac{а-1}{b-2} $=$ \frac{а+1}{b}$ . Отсюда b - a = 1. Значит, исходная дробь имела вид $\frac{а}{a+1}$. И Петя получил из неё дробь $\frac{а-1}{a-1}$, а Вася $\frac{а+1}{a+1}$, т. е. результат и Пети, и Васи равен 1. Комментарий. Т.к. в условии говорится, что у Пети и у Васи полученная дробь имела некоторое значение, проверять, что знаменатель не равен нулю, не требуется.

**Критерии проверки.**

• Верное решение — 7 баллов.

 • Получено, что исходная дробь имела вид $\frac{а}{a+1}$ (или эквивалентный ему), но далее выводов про итоговое значение не сделано — 3 балла.

 • Решение приведено на конкретном примере (например, показано, что для дроби $\frac{2}{3}$ условие задачи выполнено) — 2 балла.

• Приведён только верный ответ — 1 балл.

|  |
| --- |
| **http://www.ownlib.ru/i/161/1617/16178/161789/i_005.png2. Отмечено 9 точек, как показано на рисунке. Нарисуйте два различных по форме семиугольника с вершинами в отмеченных точках. Для каждого семиугольника сделайте отдельный чертёж.**  |

**Ответ**. Примеры семиугольников изображены на рисунке. Возможны и другие варианты.

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.ownlib.ru/i/161/1617/16178/161789/i_005.png | http://www.ownlib.ru/i/161/1617/16178/161789/i_005.png |

**Критерии проверки.**

• Найдены два или более семиугольников – 7 баллов.

 • Найден один семиугольник – 3 балла.

**3. Аня и Даня вместе весят 82 кг, Даня и Таня – 74 кг, Таня и Ваня – 75 кг, Ваня и Маня – 65 кг, Маня и Аня – 62 кг. Кто тяжелее всех и сколько он весит?**

Ответ. Ваня, он весит 43 кг.

**Решение**. Сложив данные в условии веса: 82+74+75+65+62=358, получим удвоенный вес всех детей. Т.е. все дети весят 358/2=179. Аня, Даня, Таня, Ваня в сумме весят 82+75=157, т.е. Маня весит 179- 157=22. Аналогично находим, что Аня весит 179 - (74+65)=40, Даня весит

179 - (75+62)=42, Таня 179 - (82+65)=32, Ваня 179 - (74+62)=43. Т.о. самый тяжелый Ваня и он весит 43 кг.

**Критерии проверки**

• Верное решение — 7 баллов.

* Определил вес всех детей вместе – 2 балла
* Указал самого тяжелого из детей – 1 балл.

**4.В подводном царстве живут осьминоги с семью и восемью ногами. Те, у кого 7 ног, всегда врут, а те, у кого 8 ног, всегда говорят правду. Однажды между тремя осьминогами состоялся такой разговор. Зеленый осьминог: «У нас вместе 24 ноги». Синий осьминог: «Ты прав!» Красный осьминог: «Глупости, Зелёный говорит ерунду!» Сколько ног было у каждого осьминога? (Ответ обоснуйте.)**

Ответ. У Зеленого осьминога 7 ног, у Синего осьминога 7 ног, у Красного осьминога 8 ног. **Решение.** Из условия задачи следует, что количество ног и правдивость высказываний связаны однозначно. Синий и Красный осьминоги про слова Зеленого осьминога произнесли противоречащие друг другу фразы. Значит, кто-то из них сказал правду, а кто-то ложь. А это, в свою очередь, означает, что у кого-то из них 7 ног. Таким образом, слова Зеленого осьминога – ложь (в противном случае у каждого из трех осьминогов должно быть по 8 ног, иначе общее количество ног меньше 24). Подведем итоги: Зеленый осьминог сказал ложь, у него 7 ног; тогда Синий осьминог сказал ложь, у него 7 ног, а Красный осьминог сказал правду, у него 8 ног. **Критерии проверки.**

• Приведен полный верный анализ ситуации задачи и дан верный ответ – 7 баллов.

• Приведен верный анализ ситуации, но по каким-либо причинам дан неверный ответ (например, перепутана связь между количеством ног и правдивостью высказываний) – 5-6 баллов.

• Приведен верный ответ и показано, что он удовлетворяет условию задачи (проведена проверка) – 3 балла.

• Приведен только верный ответ – 1 балл.

**5. Постройте график функции**

$$у=\frac{2х+9}{х+5}+\frac{х-5}{х^{2}-25}$$

**Решение:**

$$\frac{2х+9}{х+5}+\frac{х-5}{х^{2}-25}=\frac{2х+9}{х+5}+\frac{х-5}{\left(х-5\right)(х+5)}=\frac{2х+9}{х+5}+\frac{1}{х+5}=$$

$$=\frac{2х+10}{х+5}=\frac{2(х+5)}{х+5}=2$$

Функция имеет вид у=2; х$ \ne \pm 5$.

**Критерии проверки.**

* Верно выполнено упрощение функции и верно построен график – 7 баллов
* Верно выполнено упрощение функции, построен график у=2, но не выколоты точки или не указана область определения – 3 балла
* Верно выполнено упрощение функции, график не построен или построен неверно – 1 балл